Міністерство освіти і науки України

Львівський фізико-математичний ліцей
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка

„ЛЕВЕНЯ – 2009” ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Інформаційний вісник

Львів
Каменяр
2009

УДК 372.853
ББК 74.265.1-922
Л35

Цю книжку оргкомітет конкурсу підготував для переможців, сподіваючись, що зібрані в ній матеріали будуть корисними для учнів, які цікавляться різними видами інтелектуальних змагань (олімпіади, конкурси, турніри) з фізики, та для вчителів, які їх готуватимуть.

Директор ліцею **Мар'ян Добосевич**

Оргкомітет конкурсу "Левеня – 2009":
Володимир Алексейчук
Раїса Кузик
Олена Хоменко

Адреса оргкомітету:
79054, Львів, вул. Караджича, 29
Львівський фізико-математичний ліцей
Тел.: (032) 240-17-02
Факс.: (032) 240-17-02
E-mail: levenia.lviv@gmail.com
http:// levenia.com.ua

Директор благодійного фонду "Ліцей" **Михайло Муращук**

Благодійний фонд "Ліцей"
Філія АТ «Укрексімбанку»
рахунок отримувача 260030260560
МФО 325718
ЄДРПОУ 22360064

Автор логотипу **Орест Бурак**

ISBN 978–966–607–064–0

Дорогі школярі - учасники Всеукраїнського фізичного конкурсу «Левеня»!

Для кожної країни найбільшу цінність становлять освічені люди, які знайшли своє місце в житті, спроможні реалізувати власні творчі й професійні можливості, інтелектуальні та організаторські здібності. Саме вони є головним рушієм прогресу в усіх сферах діяльності суспільства і держави.

Проведення Всеукраїнського фізичного конкурсу «Левеня» сприяє виявленню творчо обдарованих учнів, спрямованих на глибоке вивчення природничих наук. Значна кількість колишніх переможців конкурсу вибороли найвищі нагороди на всеукраїнських учнівських олімпіадах, успішно представляли нашу державу на міжнародних фізичних змаганнях. І зараз вони є кращими студентами вищих навчальних закладів, здатними на пошук розв’язання поставлених проблем, творіння інновацій.

Популярність Всеукраїнського фізичного конкурсу «Левеня» з року в рік зростає, про що свідчить стрімке збільшення кількості учасників змагань. Запорукою високого рівня організації та інтелектуального наповнення конкурсу є те, що його засновником та організатором є Львівський фізико-математичний ліцей при Львівському національному університеті імені Івана Франка. Щиро вдячні багатьом учителям, педагогічним працівникам районних, міських та обласних методичних установ, які залучилися до лав координаторів та організаторів конкурсу.

Але конкурс не став би успішним без участі тисяч прихильників фізики, які сьогодні сидять за шкільними партами. Адже саме участь у конкурсі виявляє результат їхньої праці та росту, допомагає самоствердженню. З перемог над собою, з перемог серед рівних собі у вияві знань формуються подальші життєві перспективи. Сподіваємося, що більшість учасників пов’яже своє майбутнє з освоєнням надзвичайно цікавої та перспективної науки – фізики!

Вітаючи вас із успішним виступом у цьогорічному конкурсі, пропонуємо новий збірник фізичних завдань, у якому ви зможете ознайомитись із оригінальними задачами, виявити свій інтелектуальний потенціал, поліпшити свої знання з фізики.

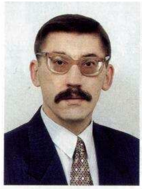
Бажаю всім учасникам та організаторам конкурсу бути успішними, здоровими, щасливими та впевнено дивитися в майбутнє!

Хоменко Олена Вікторівна,
головний спеціаліст департаменту загальної середньої та дошкільної освіти Міністерства освіти і науки України

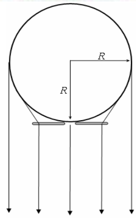
Міністерство освіти і науки України

XLVI Всеукраїнська олімпіада юних фізиків, м. Севастополь, 2009

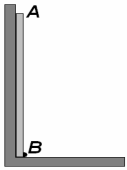
Теоретичний тур 8-й клас



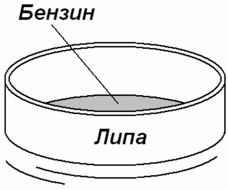
1. На фото – професор кафедри квантової макрофізики ДНУ В. С. Савчук. Вважаючи, що фото було зроблено з досить великої відстані, визначити: 1) яка вада зору у вченого – короткозорість чи далекозорість; 2) визначити з якомога більшою точністю оптичну силу лінз його окулярів; 3) як зміниться відповідь, якщо припустити, що фото було зроблено з близької відстані (поясніть). Відомо, що при виготовленні окулярів оптичні центри лінз розташовують навпроти зіниць очей, коли людина дивиться вдалину. Для виконання завдання скористуйтеся лінійкою та наведеною моделлю (див. мал.), на якій схематично зображено голову людини, лінзи окулярів і хід променів (вигляд зверху). При розрахунках вважати, що R = (10,0 ± 1,0) см. Оцінити точність розрахунків.



2. Біля вертикальної стінки стоїть паличка AB довжиною L (див. мал.). На її нижньому кінці B сидить жук. В той момент, коли кінець B почали рухати праворуч з постійною швидкістю υ, жук поповз по паличці з постійною щодо неї швидкістю u. На яку максимальну висоту над підлогою підніметься жук за час свого руху по паличці, якщо її верхній кінець не відривається від стінки?



3. Відомо, що бензин не розпливається по поверхні води, а липовий брусок у бензині не тоне. У ванну, заповнену водою, опустили кільце з липи (див. мал.). Площа поперечного перерізу отвору кільця S = 300 см^2, а його висота H = 5 см. Яку масу бензину можна влити всередину кільця так, щоб він не потрапив назовні? Густина липи $\rho_л$ = 500 кг/м^3.



4. Колона автомобілів рухається прямолінійно зі швидкістю υ = 36 км/год, рівномірно розтягнувшись на L = 3 км. Два спостерігачі на мотоциклах починають рух з центру колони у протилежних напрямках зі швидкостями $\upsilon_1 = 4\upsilon$ (у напрямку голови колони) та $\upsilon_2 = 2\upsilon$ (у на-прямку хвоста колони). Доїхавши до країв колони, спостерігачі розвертаються та продовжують рух з тими ж швидкостями у зворотному напрямку. Визначте, у якій точці колони (відраховуючи від її голови) відбудеться їх перша зустріч і який шлях пройде колона за цей час.

5. На шальку пружинних терезів кладуть тіло масою m. У момент, коли тіло торкнеться поверхні шальки терезів, його миттєво відпускають. У результаті повного згасання коливань шальки з тілом виділяється кількість теплоти Q_m. Скільки тепла Q_M виділиться, якщо за тих же умов тіло масою m замінити на тіло масою M = n·m?

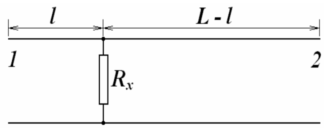
Задачі запропонували О.Ю. Орлянський (1), С.У. Гончаренко (2-4), Б.Г. Кремінський (5).

9 клас

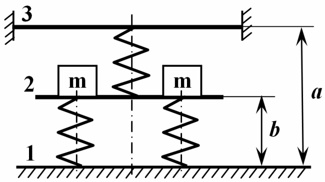
1. *Див. 8 клас, задача 1.*

2. У калориметр з гарячою водою вкинули шматочок льоду, температура якого 0°C. Після встановлення теплової рівноваги температура води знизилася на $\Delta t_1 = 12°C$. Коли в калориметр вкинули другий такий самий шматочок льоду, температура води знизилася ще на $\Delta t_2 = 10°C$. На скільки градусів знизиться температура води, якщо в неї вкинути третій такий самий шматочок, який повністю розтане? Теплоємністю калориметра та теплообміном з навколишнім середовищем знехтувати.

3. У деякій точці двопровідної телефонної Лінії невідомої довжини L сталося пошкодження, внаслідок якого між провідниками з'явився опір витоку R_x (див. мал.). До обох кінців лінії прибули бригади (№1 та №2). Вони заміряли опори лінії при розімкнутих (R_1 і R_2) та закорочених (r_1 і r_2) протилежних кінцях лінії і отримали значення $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $r_1 = 3{,}5$ Ом. Визначити опір витоку R_x, відстань l до місця пошкодження, загальну довжину лінії L, а також відновити втрачене значення опору r_2. Опір одиниці довжини кожного провідника лінії складає $\rho = 5{,}4 \cdot 10^{-4}$ Ом/м.



4. На дерев'яному колесі водяного млина радіусом $R = 1$ м рівномірно розміщені N комірок для набору води ($N = 21$). Коли чергова комірка проходить у верхнє положення, в неї наливається (без початкової швидкості щодо землі) вода масою $m = 10$ кг. Коли комірка проходить нижнє положення, вода виливається з неї зі швидкістю руху крайніх точок колеса (комірки). Знайдіть швидкість обертання колеса, що встановиться, не враховуючи його маси й тертя в осі, вважаючи зіткнення рідини з коміркою колеса: а) абсолютно пружним; б) абсолютно непружним.



5. Три однакові пружини розміщені між трьома горизонтальними пластинами. Система має вісь симетрії, що збігається з віссю симетрії верхньої пружини. На малюнку система зображена в кінцевому положенні. Спочатку пластина 3 була рухомою, а два однакові тягарі маси m лежали на ній симетрично. У положенні статичної рівноваги вона була закріплена нерухомо на відстані a від пластини 1. Після цього обидва тягарі були перекладені на рухому пластину 2, яка, перемістившись, зупинилася на відстані b від пластини 1. Знаючи значення m, a, b, знайти жорсткість пружин k та їх довжину l у недеформованому стані. Пластини весь час залишалися горизонтальними. Масою та деформацією пластин знехтувати.

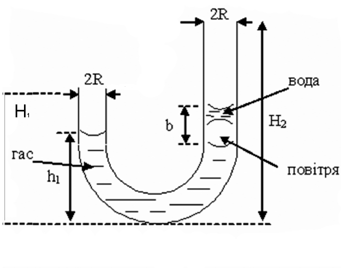
Задачі запропонували О. Ю. Орлянський (1), С. У. Гончаренко (2–3), В. П. Сохацький (4), Б. Г. Кремінський (5).

10 клас

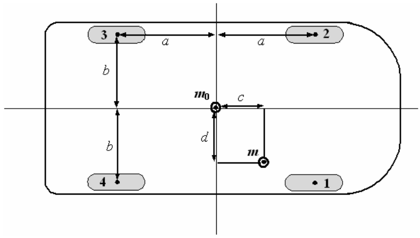
1. Аналіз руху космічних апаратів Піонер-10 і Піонер-11 виявив незвичну аномалію: обидва космічні апарати мали додаткове прискорення $\Delta a \approx 8\cdot10^{-10}$ м/с^2 в напрямку Сонця, яке протягом років залишалося незмінним, не зважаючи на значне збільшення відстані від Сонця. Одним з можливих пояснень «ефекту Піонерів» є гравітаційна взаємодія з темною матерією, що може скупчуватися навколо зірок. На думку вчених, темна матерія складається з поки що не відкритих елементарних частинок, які взаємодіють зі звичною речовиною тільки гравітаційно. На момент, коли відстань між Піонером-10 та Сонцем дорівнювала $r_0 = 50$ а.о. (1 а.о. = $1{,}5\cdot10^{11}$ м – відстань від Землі до Сонця), швидкість, з якою космічний апарат віддалявся від Сонця, була $v_0 = 12$ км/с. Знайдіть, на якій відстані від Сонця Піонер-10 зупиниться і почне зворотній рух, якщо вважати, що аномалія буде зберігатися й далі. Знайдіть залежність густини темної матерії від відстані до Сонця $\rho(r)$, що забезпечує стале додаткове прискорення $\Delta a \approx 8\cdot10^{-10}$ м/с^2. Оцініть сукупну масу частинок темної матерії, які зараз пронизують Ваше тіло.

2. Горизонтальна площина, що має форму кола, обертається відносно центральної вертикальної осі зі сталою кутовою швидкістю ω. По колу відносно цієї осі проти годинникової стрілки зі сталою швидкістю u відносно площини рухається автомодель, яка утримується на площині за рахунок тертя. При $\omega = 0$ допустима гранична швидкість $u = u_0$, а при $u = 0$ допустима гранична кутова швидкість $\omega = \omega_0$. Автомодель при прямолінійному русі по нерухомій площині може розвивати максимальну швидкість $u_{max} = 4u_0$, а площина може обертатися в будь-якому напрямку з максимальною кутовою швидкістю $|\omega|_{max} = 2\omega_0$. Визначити час кутового переміщення $\Delta\varphi$ автомоделі в нерухомій системі відліку ($0 \leq \Delta\varphi \leq 2\pi$) при всіх допустимих значеннях ω та u.

3. У двох сполучених скляних капілярах радіусами $R_1 = 0{,}5$ мм та $R_2 = 0{,}9$ мм знаходиться гас (див. мал.). Верхній меніск стовпчика гасу у вужчому капілярі знаходиться на висоті $h_1 = 10$ см. Довжина вужчого капіляра $H_1 = 12$ *см*, а довжина ширшого – $H_2 = 17$ см. В ширший капіляр зі шприца вводиться вода. Між стовпчиками гасу та води утворюється стовпчик повітря. У деякий момент верхній меніск стовпчика води знаходиться на висоті b=3 см над поверхнею гасу. Змочування скла як гасом, так і водою вважати повним. Коефіцієнти поверхневого натягу рідин: $\sigma_{гасу} = 0{,}030$ Н/м, $\sigma_{води} = 0{,}073$ Н/м, їхні густини дорівнюють відповідно $\rho_{гасу} = 800$ кг/м^3, $\rho_{води} = 1000$ кг/м^3. Скільки води ще треба долити у широкий капіляр, щоб з вузького почав витікати гас?



4. Мікроавтобус стоїть на зупинці так, що його підлога горизонтальна, а всі чотири амортизаційні пружини (точки 1, 2, 3, 4 на малюнку) стиснуті на однакову величину $x_0 = 8$ см. У мікроавтобус піднімається пасажир масою $m = 75$ кг і зупиняється в точці, яка віддалена від центру мікроавтобуса на відстані $c = 60$ см і $d = 75$ см (див. мал.). Визначити, на скільки і як деформується кожна з пружин відносно попереднього положення. На скільки робота, яку виконав пасажир, піднявшись до мікроавтобуса, більша за зміну потенціальної енергії людини? Вважати всі амортизаційні пружини однаковими, центр мас підвішеної на них верхньої частини мікроавтобусу ($m_0 = 1500$ кг) розташованим в його центрі (див. мал.), $a = 1{,}2$ м, $b = 1{,}0$ м.



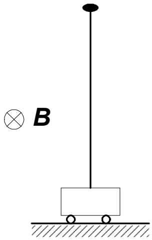
5. В герметично закритій посудині об'ємом 100л знаходиться деяка кількість ідеального газу, молекули якого складаються з атомів одного й того ж хімічного елемента. Посудину нагрівають, вимірюючи залежність тиску газу від його температури. Після обробки отриманих експериментальних даних виявилось, що весь графік залежності p(T) з достатньою точністю апроксимується трьома послідовними лініями: прямою, гілкою параболи й знову прямою. В таблиці наведені деякі точки, що лежать на цих лініях. Нехтуючи втратами тепла в навколишнє середовище, 1) поясніть появу ділянки з квадратичною залежністю; 2) визначте інтервал температур, на якому спостерігається ця залежність; 3) отримайте залежність внутрішньої енергії газу в посудині від температури

T, K	*340*	*530*	*720*	*910*	*1100*	*1290*	*1480*
P, кПа	*56,51*	*88,09*	*140,4*	*224,4*	*332,4*	*428,8*	*492,0*

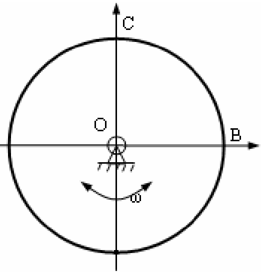
Задачі запропонували О. Ю. Орлянський (1,4), А. П. Федоренко (2), Б. Г. Кремінський, І. Л. Рубцова (3), М. І. Пашко (5).

11 клас

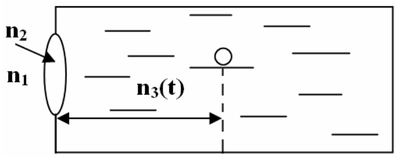
1. В однорідному горизонтальному магнітному полі на горизонтальній поверхні стоїть візок з вмонтованим довгим вертикальним діелектричним стрижнем. На стрижень зверху надягають заряджене кільце і відпускають (див. мал.). Описати характер руху кільця і візка, знайти їх максимальні швидкості. Тертям і опором повітря, а також зазором між стержнем і кільцем знехтувати. Маса візка зі стрижнем M, довжина стрижня l, маса кільця m, заряд кільця q (в процесі руху не змінюється), магнітна індукція B.



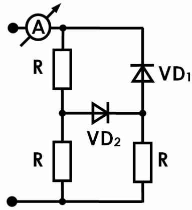
2. Мавпа сидить у циліндричному «драбинному» барабані, який може без тертя обертатися навколо горизонтальної осі, що співпадає з його центром (див. мал.). Біля верхньої точки C барабана висить банан. Перебуваючи в нижній точці A барабана, мавпа спочатку розгойдується, як на гойдалці, поки не досягне точки B на рівні осі барабана. Тут вона починає бігти по бічній поверхні барабана, перехоплюючи щаблі драбини, утримуючись певний час t на рівні осі барабана. Яким має бути цей час, щоб мавпа потім легко дісталася до банана? Кругова частота малих власних коливань барабана з мавпою поблизу точки A дорівнює k. Урахувати, що спроба потрапити спочатку в точку C, не зупиняючись у точці B, не дала результату.



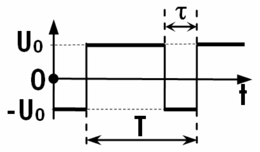
3. У одну зі стінок скляної кювети, заповненої водою, вмонтована опукла лінза з радіусами кривизни поверхонь r1 та r2 (див. мал.). В кювету насипають сіль, утворюється однорідний за об'ємом розчин. При нагріванні показник заломлення розчину зростає лінійно з часом за законом $n(t) = n_0 + \alpha t$. Запишіть формулу тонкої лінзи у цьому випадку. Зобразіть графічно залежність оптичної сили лінзи у такій системі від часу нагрівання та прокоментуйте цю залежність. Розрахуйте залежність фокусної відстані лінзи у розчині від часу. Відобразіть зміну положення зображення бульбашки (об'єкту), яке ми бачимо, дивлячись на неї крізь скло із повітря, якщо у початковий момент вона знаходилась на подвійній фокусній відстані у воді і надалі залишалась нерухомою. Як залежить від часу відношення радіуса зображення бульбашки до радіусу самої бульбашки (коефіцієнт збільшення)? Вважати, що показники заломлення повітря $n_1 = 1$, лінзи n_2, а показник заломлення води при $t = 0$; $n_0 < n_2$.



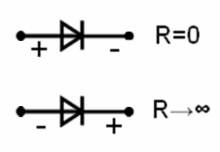
4. Залежність напруги між клемами схеми (мал.1) від часу представлено графіком на мал.2. Період прикладеної напруги – T, амплітуда – U_0. Знайти ефективне значення струму, яке покаже амперметр A, увімкнений у схему мал.1, якщо опори всіх резисторів однакові і дорівнюють R. Амперметр і діоди вважати ідеальними. (див. мал.3). Добуток ефективних значень напруги та сили струму дорівнює середній тепловій потужності, яка виділяється на активному опорі.



Мал. 1



Мал. 2



Мал. 3

5. Механічний годинник з гирею можна наближено розглядати як маятник із згасанням, рівняння коливань якого має вигляд $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,\quad \omega_0^2 > 0,\quad \delta << \omega_0$, де x – величина, яка характеризує відхилення від положення рівноваги (точка над символом позначає диференціювання за часом), δ – параметр в'язкого тертя, ω_0 – власна частота. У моменти часу, коли маятник проходить через положення рівноваги, його швидкість зростає за модулем на сталу величину Δ під дією так званого анкерного механізму (за рахунок потенціальної енергії гирі). В результаті рух маятника стає строго періодичним. Зобразіть (на якісному рівні) залежність швидкості маятника $\dot{x}$ від відхилення x (фазову траєкторію) в режимі усталених коливань. Знайдіть максимальне відхилення маятника від положення рівноваги в цьому режимі.

Задачі запропонували О. Ю.Орлянський (1), А. П.Федоренко (2), І. Л.Рубцова (3), Л. Н. Заседка(4), І. А. Анісімов (5).

Експериментальний тур

8 клас

Завдання 1 Визначте довжину спіральної частини нитки лампи розжарювання.
Обладнання: Групове – скотч, ножиці, посудина з водою.
Індивідуальне – штатив з лапкою і кільцем, прозора плівка, лінійка, лампа для кишенькового ліхтарика з провідниками, батарейка, піпетка.
У звіті: 1) подайте теоретичне обґрунтування вибраної методики; 2) опишіть Вашу установку і принцип її дії; 3) опишіть, які заходи були Вами вжиті для підвищення точності вимірів; 4) перевірте одержаний результат прямим вимірюванням, не розбиваючи лампи.

Завдання 2 Визначте масу батарейки.
Обладнання: Групове – посудина з підфарбованою водою.
Індивідуальне – надувна кулька, лінійка, прозора гнучка трубка, аркуш міліметрового паперу, батарейка, штатив з лапкою, передня частина шприца.
У звіті: 1) подайте теоретичне обґрунтування вибраної методики; 2) опишіть Вашу установку і принцип її дії; 3) опишіть, які заходи були Вами вжиті для підвищення точності вимірів.

9 клас

Завдання 1 Визначте внутрішній діаметр голки медичного шприца.
Обладнання: Групове – посудина з водою, годинник з секундною стрілкою.
Індивідуальне – медичний шприц з голкою, пластикова склянка, лінійка.

Увага! **Будьте обережні з голкою! Ковпачок з голки не знімати!**

У звіті: 1) опишіть Вашу установку та принцип її роботи; 2) наведіть теоретичне обґрунтування обраного Вами способу вимірювань; 3) вкажіть, як Ви досягали підвищення точності вимірювань; 4) розрахуйте похибки вимірювання.

Завдання 2 *Див. 8 клас, завдання 1.*

10 клас

Завдання 1 Дослідити залежність коефіцієнту поверхневого натягу водного розчину спирту від його об'ємної концентрації.
Обладнання: Групове – спирт медичний 96% (об’ємних), скотч, ножиці.
Індивідуальне – два шприци по 2 мл з голками, прозорий тонкий шланг (трубки ПХВ), склянка з чистою водою, лінійка шкільна, штатив лабораторний шкільний з лапкою, міліметровий папір.
Довідкові дані: коефіцієнт поверхневого натягу води при кімнатній температурі складає 73 мН/м.

Теоретична довідка: Якщо видувати бульбашку повітря через капіляр, занурений у рідину на невелику глибину, то для цього необхідний додатковий тиск, прямо пропорційний коефіцієнту поверхневого натягу рідини.

<u>Завдання 2</u> Дослідити рух іонів гідроксилу в електричному полі.

<u>*Обладнання:*</u> *Групове* – розчин сірчанокислого натрію водний 10% з домішкою фенолфталеїну – 1 л, годинник з великим циферблатом і секундною стрілкою, ножиці.

Індивідуальне – склянка на 80 мл, піпетка, фільтрувальний папір, смужка прозорого пластику, джерело сталої напруги на 9 В, вольтметр на 6 В з внутрішнім опором 6 кОм, резистор на 1 кОм, лінійка, з'єднувальні провідники, міліметровий папір, пластилін, скріпки канцелярські з припаяними провідниками.

У звіті: 1) розробіть методику вимірювання і складіть схему для визначення середньої швидкості впорядкованого руху іонів гідроксилу (OH^-) в електричному полі; 2) визначте швидкість впорядкованого руху іонів гідроксилу в електричному полі. Розрахуйте рухливість іонів гідроксилу; 3) оцініть радіус іонів гідроксилу. Порівняйте отриманий результат з розміром молекули води. Прокоментуйте результат порівняння.

Довідкові дані: коефіцієнт в'язкості води при кімнатній температурі складає $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

Теоретична довідка: При пропусканні електричного струму через розчин сірчанокислого натрію на катоді відбувається виділення металевого натрію, який, взаємодіючи з водою, утворює гідрат окису натрію: $Na^+ + e^- \rightarrow Na$;
$2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\uparrow$; $NaOH \leftrightarrow Na^+ + OH^-$.
Іони гідроксилу виявляються за допомогою фенолфталеїну за фіолетовим забарвленням розчину. Під дією зовнішнього електричного поля іони гідроксилу дрейфують від катоду до аноду, таким чином область фіолетового забарвлення поширюється в напрямку від катоду до аноду зі швидкістю дрейфу іонів. Рухливість іонів μ являє собою відношення швидкості їхнього дрейфу υ в зовнішньому полі до напруженості E цього поля. Сила в'язкого тертя кульки, що рівномірно рухається в рідині, визначається за формулою Стокса: $F = 6\pi\eta r\upsilon$, де η – коефіцієнт в'язкості, r – радіус кульки, υ – її швидкість.

У звітах по обох задачах наведіть: 1) теоретичне обґрунтування запропонованої Вами експериментальної методики; 2) план проведення вимірів; 3) заходи, які Ви запровадили для забезпечення якнайменшої похибки вимірювань; 4) таблицю з вихідними даними, проміжними та кінцевими результатами; 5) оцінку похибки вимірювань.

11 клас

Завдання 1 1. Виготовте крутильний маятник, підвісивши лазерний диск горизонтально на мідній дротині. 2. Користуючись наданим обладнанням, визначте момент інерції I вівсяного печива відносно осі, яка проходить через його центр мас перпендикулярно до площини печива. 3. Визначте масу печива. 4. Визначте модуль зсуву міді G.

Обладнання: Групове – годинник з великою секундною стрілкою (2–3 на групу). *Індивідуальне* – штатив із горизонтально закріпленим стержнем, печиво вівсяне - 2 шт., лазерний диск з трьома отворами по периметру, лінійка, відрізок мідного дроту діаметром 0,45 мм і довжиною 0,7–1 м, дві монети по 5 копійок (маса монети 4,30 г).

Теоретична довідка: з теорії пружності відомо, що при деформації кручення момент сили, необхідний для закручування циліндричного стержня радіусом r і довжиною l на кут φ, може бути розрахований за формулою $M = G \cdot (\pi r^4 / 2l) \cdot \varphi$, де G – модуль пружності матеріалу стержня для деформації зсуву.

Завдання 2 *Див. 10 клас, завдання 2.*

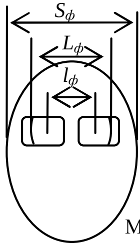
РОЗВ’ЯЗКИ ЗАДАЧ
8 клас

Задача 8.1

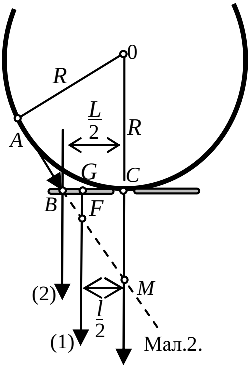
Для розв’язання задачі необхідно за допомогою лінійки виміряти відстань L між краями голови, які можна побачити в окулярах та відстань l між зіницями (мал. 1). Після нанесення цих величин на схему отримаємо мал. 2. Перетин променя (1), який іде від зіниці та продовження променя $AB^{|}$, який іде від краю голови, дають положення фокуса F лінзи окулярів. Із подібності трикутників маємо: $h / f = L / (L - l)$, де $h = MC$ та $f = FG$. Враховуючи, що оптична сила D = 1/f, отримуємо Dh = L/(L – l). (1)

Із подібності трикутників ΔAOM і ΔMBC

$$\frac{2h}{L} = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R} = \frac{\sqrt{2Rh + h^2}}{R}. \quad (2)$$



Мал.1



Мал.2.

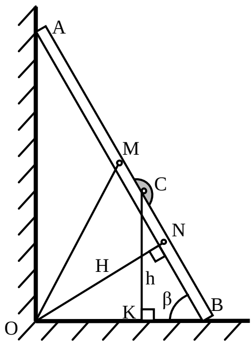
Розв’язуючи (1) і (2) сумісно, отримуємо: $D = (4R^2 - L^2)/(2RL(L - l))$.

Розміри L і l можна отримати помноживши відповідні розміри на фото $L_ф$ і $l_ф$, масштабний множник $2R/S_ф$, де $S_ф$ – поперечний розмір голови на фото. Тоді:

$$D = (S_ф^2 - L_ф^2)/(2RL_ф(L_ф - l_ф)).$$

Задача 8.2

Нехай через час t положення палички відповідає малюнку. Тоді т. C – місце знаходження жука на паличці, т. M – середина палички; CK = h – висота жука над підлогою, ON = H – відстань від кута O до палички, t – час, який минув з початку руху жука. Тоді OB = V·t, BC = U·t; AM = OM = L/2.



Трикутники ONB і CKB подібні, оскільки вони прямокутні та мають спільний гострий кут β, тому: CK/ON = BC/OB, або h/H = (U·t)/(V·t) = U/V, звідки h = H·(U/V). У прямокутному трикутнику OMN катет ON = H ≤ OM = L/2 (OM – гіпотенуза), причому рівність досягається при β = 45^0,

отже $h_{\max} = H_{\max}(U/V) = (U/2V)L$ Цей результат буде

вірним, якщо за час $t_{\max} = OB/V = L/\sqrt{2}V$

(де $OB = \sqrt{L^2/4 + L^2/4} = L/\sqrt{2}$ за теоремою Піфагора) жук не встигає доповзти до верхнього кінця палички, тобто коли $U \cdot t_{\max} < L$, що еквівалентно нерівності

$U \le \sqrt{2}V$. У протилежному випадку висота буде максимальною до моменту часу

t = L/U досягнення жуком точки A: $h_{\max} = \sqrt{L^2 - (V \cdot t)^2} = L\sqrt{1 - V^2/U^2}$.

Задача 8.3
Нехай S_0 – площа горизонтального перерізу липового кільця (мал. 2). Силу тяжіння кільця зрівноважує сила гідростатичного тиску: $mg = pS_0$, де: $m = \rho_л HS_0$; $p = \rho_в gh$; а h – глибина занурення кільця. Звідси: $\rho_л gH = \rho_в gh$ (1)

При заповненні внутрішньої частини кільця бензином гідростатичний тиск на рівні нижнього краю кільця залишається постійним. Оскільки густина бензину $\rho_б$ менше за густину $\rho_в$ води, загальна висота шару бензину і води всередині кільця буде більша за висоту h води зовні кільця. Оскільки липа в бензині не тоне, в решті решт бензин почне підпливати під кільце знизу. Нехай x – максимальна товщина шару бензину налитого всередину кільця. Запишемо рівність гідростатичних тисків:

$$\rho_б gx = \rho_в gh \ . \qquad (2)$$

Розв’язавши спільно рівняння (1) і (2), дістанемо $x = H(\rho_л / \rho_б)$.

Оскільки об’єм бензину всередині кільця $V = Sx = SH(\rho_л / \rho_б)$, то його маса

$$m_б = \rho_б V = HS\rho_л = 0{,}75 \text{ .кг}$$

Задача 8.4
Перший мотоцикліст рухається до голови колони зі швидкістю $v - v_1$ відносно колони і назад з відносною швидкістю $v + v_1$. Час до зустрічі з другим мотоциклістом рівний $t = l/(2(v_1 - v)) + x/(v + v_1)$.

Аналогічно, час руху другого мотоцикліста до зустрічі з першим

$$t = l/(2(v_2 + v)) + (l - x)/(v_2 - v) \ .$$

Для знаходження невідомої величини (місце зустрічі відносно колони), використаємо рівняння: $l/(2(v_1 - v)) + x/(v + v_1) = l/(2(v_2 + v)) + (l - x)/(v_2 - v)$.

Простіше зразу підставити співвідношення між швидкостями $v_1 = 4v$, $v_2 = 2v$.

$l/(6v) + x/(5v) = l/(6v) + (l - x)/v$; $x = 5l/6$; $x = 5 \cdot 3/6 = 2{,}5$ км.

Час до зустрічі $t = l/(6v) + 5l/(6 \cdot 5v) = l/(3v) = 100$ с.

Шлях, що пройшла колона, $S = v \cdot t$, $S = 1$ км.

Задача 8.5
Нехай x – величина деформації пружини при переході з початкового стану в кінцевий стан статичної рівноваги. Тягарець масою m зменшить свою потенціальну енергію в полі земного тяжіння на величину E_m: $E_m = mgx$.

Оскільки після затухання коливань $F_{пр} = mg$, то енергія стиснутої пружини дорівнюватиме: $E_{пр} = mgx/2$.

Очевидно, що $E_{пр} = E_m/2$. Кількість тепла, що виділиться у результаті:

$$Q_m = E_m - E_{пр} = mgx - mgx/2 = mgx/2 \ .$$

Оскільки $mg = kx$, $x = mg/k$, то $Q_m = (mg)^2/(2k)$.

Аналогічним чином, якщо $M = n \cdot m$, то $Q_M = (Mg)^2/(2k) = n^2 (mg)^2/(2k) = n^2 Q_m$.

Отже, $Q_M = n^2 Q_m$.

9 клас

Задача 9.1 *Див. 8 клас, задача 1.*

Задача 9.2
Запишемо рівняння теплового балансу для всіх випадків:

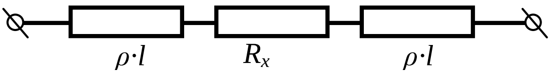
$c \cdot M \cdot \Delta t_1 = \lambda \cdot m + c \cdot m \cdot (t_1 - \Delta t_1)$ (1); $\quad c \cdot (M+m) \cdot \Delta t_2 = \lambda \cdot m + c \cdot m \cdot (t_1 - \Delta t_1 - \Delta t_2)$ (2);

$c \cdot (M+2m) \cdot \Delta t_3 = \lambda \cdot m + c \cdot m \cdot (t_1 - \Delta t_1 - \Delta t_2 - \Delta t_3)$ (3).

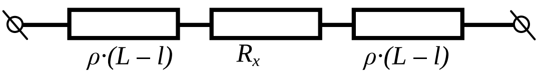
де М – початкова маса води; m – маса шматочку льоду; λ – питома теплота плавлення льоду; c – питома теплоємність води; t_1 – початкова температура води.

Розв’язавши систему рівнянь (1), (2), (3), отримуємо: $\Delta t_3 = \dfrac{(M+m)}{M+3m} \cdot \Delta t_2$; Δt_3 = 8,5°С.

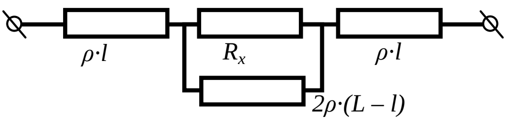
Задача 9.3
При замірах першої бригади принципові схеми для розрахунків:



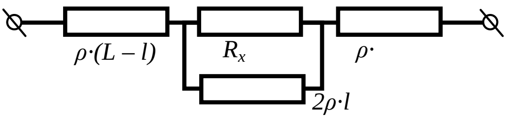
$R_1 = 2l \cdot \rho + R_x$



$R_2 = 2(L - l) \cdot \rho + R_x$



$r_1 = 2 \cdot l \cdot \rho + \dfrac{R_x\, 2(L - l) \cdot \rho}{R_x + 2(L - l) \cdot \rho}$



$r_2 = 2 \cdot (L - l) \cdot \rho + \dfrac{R_x\, 2 \cdot l \cdot \rho}{R_x + 2 \cdot l \cdot \rho}$

Розв’язавши отриману систему, маємо:

$R_x^2 = R_2 \cdot (R_1 - r_1)$; $\quad l = (R_1 - R_x)/(2\rho)$; $\quad L = (R_1 - R_x)/(2\rho) - l$

Звідки: R_x = 2 Ом; l = 1850 м ; L = 7400 м; r_2 = 7 Ом.

Задача 9.4
1. Пружного зіткнення не може бути.
2. При непружному зіткненні відбуваються втрати механічної енергії – частина її перетворюється на тепло. Цю частину можна визначити, скориставшись законом збереження моменту імпульсу. В цьому випадку, прирівнюючи момент імпульсу

колеса з *(N–1)/2* порціями води до моменту імпульсу з $\left(\frac{(N-1)}{2}+1\right)$ порціями, отримуємо вираз: $((N-1)/2)\cdot m\upsilon R=((N-1)/2)+1)\cdot m\upsilon_1 R$ (υ_1 – швидкість зовнішніх точок колеса після приєднання чергової порції води масою *m*), з якого отримаємо швидкість $\upsilon_1=(N-1)/(N+1)\cdot\upsilon$, яку і використаємо для визначення втрат механічної енергії при непружному приєднанні порції води:

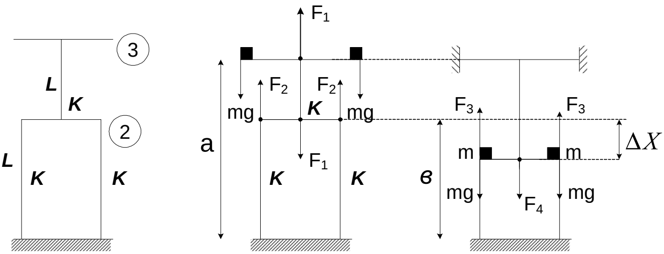
$$E=\frac{N-1}{2}\cdot\frac{m\upsilon^2}{2}-(\frac{N-1}{2}+1)\cdot\frac{m\upsilon_1^2}{2}=\frac{m\upsilon^2}{4}(N-1\cdot-\frac{(N-1)^2}{N+1})=\frac{m\upsilon^2(N-1)}{2(N+1)}.$$

Прирівнюючи потенціальну енергію *U*, що набувається за один "цикл" до втрати кінетичної *W* та теплової енергії *E*: *U* = *W* + *E*, отримаємо лінійну швидкість руху порції води в комірці, або швидкість зовнішніх точок колеса:

$$mg2R=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{m\upsilon^2(N-1)}{2(N+1)} \Rightarrow \upsilon=\sqrt{\frac{2gR(N+1)}{N}}=4{,}5 \text{ м/с},$$

тоді кутова швидкість: $\omega=\upsilon/R=4{,}5$ с$^{-1}$.

Задача 9.5



Запишемо умови рівноваги третьої і другої пластин (для обох випадків) і геометричні рівняння. $F_1 = 2mg = k\Delta x_1$ (1); $2F_2 = F_1 \to 2k\Delta x_2 = k\Delta x_1$ (2); $F_4 + 2mg = 2F_3$, або $k(\Delta x_1 - \Delta x) + 2mg = 2k(\Delta x_2 + \Delta x)$ (3); $a = 2L - \Delta x_1 - \Delta x_2$ (4); *в* = $L - \Delta x_2 - \Delta x$ (5). Розв’язавши систему рівнянь 1 – 5, отримаємо: k = mg/(3(a – 2*в*)); L = 5a – 9*в*.

10 клас

Задача 10.1

Рух космічних апаратів відбувається під дією двох сил: сили гравітаційного притягання до Сонця $F_1=GmM_C/r^2$ і сталої сили з боку темної матерії $F_2=m\Delta a$.

Відстань максимального віддалення r_m найпростіше знайти з закону збереження енергії:

$$m\upsilon_0^2/2+(-GmM_C/r_0)+m\Delta a r_0=(-GmM_C/r_m)+m\Delta a r_m.$$

Добуток гравітаційної сталої на масу Сонця GM_C знайдемо з аналізу руху Землі: $m_З\omega^2 r_1=Gm_З M_C/r_1^2$, де $r_1=1$ а.о., $\omega=2\pi/T$, $T\approx 3\cdot10^7$ с – земний рік.

Вмістом маси темної матерії в сфері радіусом 1 а.о. можна знехтувати. (обгрунтуйте).
Після підстановки і скорочення отримаємо квадратне рівняння відносно r_m :

$$\Delta a r_m^2 - \left(\upsilon_0^2/2 - \omega^2 r_1^2/50 + 50\Delta a r_1\right) r_m - \omega^2 r_1^3 = 0 ,$$

додатний розв'язок якого дає відстань $r_m \approx 6{,}53 \cdot 10^{16}$ м ≈ 435 *тис. а. о.* $\approx 7{,}3$ *св.р.* – світлу на її подолання потрібно понад 7 років. Взагалі кажучи, віддалившись на таку відстань, апарат може потрапити в зону гравітаційного впливу інших зірок і не повернутися.
Знайдемо залежність густини темної матерії від відстані до Сонця $\rho(r)$. Оскільки додаткове прискорення $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10}$ м/с^2 викликає гравітаційне поле темної матерії, з другого закону Ньютона маємо $m\Delta a = GmM_r / r^2$, де M_r – маса темної матерії в сфері з центром у Сонці і радіусом *r*, який дорівнює відстані до космічного апарата (як відомо, масою зовнішніх сферичних шарів можна знехтувати). Виходить, що маса такої сфери пропорційна до квадрату радіуса: $M_r = (\Delta a / G) r^2$.
Щоб знайти густину на відстані *r* від центру, розглянемо масу і об'єм між двома сферами, радіуси яких відрізняються на малу величину Δr :

$$\rho(r) = \Delta M_r / \Delta V = (\Delta a / G \cdot 2r\Delta r)/(4\pi r^2 \Delta r) = \Delta a /(2\pi G r) .$$

На відстані 1 а.о. від Сонця значення густини темної матерії $\rho_1 \approx 1{,}3 \cdot 10^{-11}$ кг/м^3 .
Для оцінки об'єму власного тіла, поділимо масу на густину води (густина тіла трохи менша, оскільки багато хто з людей вміє у воді лежати на спині, і при цьому надводна частина тіла зовсім незначна). Наприклад, якщо маса 75 кг, об'єм тіла дорівнює 0,075 м^3 . Тоді сукупна маса частинок темної матерії, які пролітаючи скрізь тіло, знаходиться в його межах: $1{,}3 \cdot 10^{-11}$ кг/м$^3 \cdot 0{,}075$ м$^3 \approx 10^{-12}$ кг $= 1$ нг .
Це зовсім не мало, оскільки величезні об'єми навіть у навколоземному просторі не заповнені ніякими тілами, крім випромінювання і темної матерії. І хоча відомо, що в нашому Всесвіті маса темної матерії у кілька разів перевищує масу звичної нам речовини, яка складається з протонів, нейтронів та електронів, до розглянутої задачі та отриманих висновків слід віднестись критично.

Задача 10.2

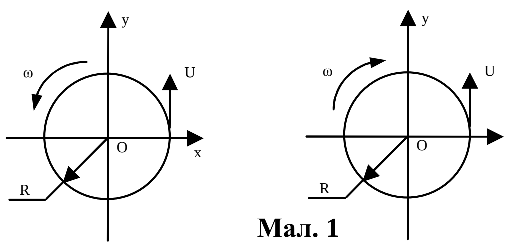
Автомодель рухається по колу як в нерухомій системі відліку, так і в рухомій системі, пов'язаній з платформою. Мають місце дві ситуації (мал.1): ω ≥ 0, u ≥ 0 або ω ≤ 0, u ≥ 0. Абсолютна швидкість

$\upsilon = u + \omega R$. (1)

Умова відсутності проковзування

$m/(\upsilon^2 / R) \le \mu m g$, (2)

де μ – коефіцієнт тертя.



Мал. 1

Для граничної ситуації $|\upsilon| = |u + \omega R| = \sqrt{\mu g R}$.

Якщо u = 0, $\omega_0 = \sqrt{\mu g / R}$. (3)

Якщо ω = 0, $u_0 = \sqrt{\mu g R}$. (4)

З (3) та (4) отримаємо: $R = u_0 / \omega_0$; $\mu = u_0 \omega_0 / g$.

1. При $0 \le \omega \le \omega_0$ абсолютна швидкість $\upsilon > 0$ і автомодель рухається проти годинникової стрілки. Тут $u\omega_0 + u_0\omega > 0$ і $t = (\Delta\varphi \cdot R)/\upsilon = (\Delta\varphi \cdot u_0)/(\omega_0 u + u_0 \omega)$.

2. При υ =0 автомодель нерухома в нерухомій системі. Це має місце, якщо

$$\omega \le 0 \text{ , } u\omega_0 + u_0\omega = 0 .$$

3. При $\omega \le 0$ та $u\omega_0 + u_0\omega < 0$ швидкість υ буде від'ємною і тоді автомодель рухається за годинниковою стрілкою. В цьому випадку $t = -\dfrac{(2\pi - \Delta\varphi)u_0}{\omega_0 u + u_0 \omega}$

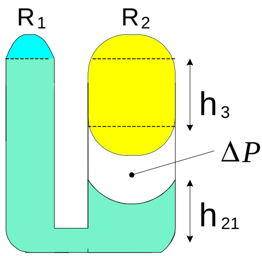
Область можливих значень u і ω визначіть самостійно.

Задача 10.3

Визначимо висоту стовпчика гасу у капілярі більшого діаметру

$$P_0 + \rho_г g h_1 - \frac{2\sigma_г}{R_1} = \rho_г g h_2 - \frac{2\sigma_г}{R_2} + P_0 \text{ ; } \quad h_2 = h_1 - \frac{2\sigma_г}{\rho_г g}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 9{,}3 \text{ см}$$

Краплина води, яка на висоті b створить тонку перемичку, у такий спосіб ізолює певний об'єм повітря у вигляді повітряного стовпчика. Визначимо на скільки повинен опуститися стовпчик гасу у капілярі більшого діаметру R_2, щоб гас почав виливатись з капіляру меншого діаметру R_1. $S_1\Delta h_1 = S_2\Delta h_2$; $\Delta h_2 = \Delta h_1 (R_1/R_2)^2 = 0{,}6 см$. Тобто, у разі витікання гасу, рівень його у капілярі R_2 повинен стати меншим $h_{21} = h_2 - \Delta h_2$ = 8,7 см; $\Delta h_{21} = H_1 - h_{21}$ = 3,3 см. Визначимо, який додатковий тиск необхідно створити у капілярі радіуса R_2, щоб гас почав витікати з капіляру радіуса R_1.



$\Delta P = \rho_г g \Delta h_{21} + (2\sigma_г / R_1) + (2\sigma_г / R_2)$ = 450 Па.

Над стовпчиком гасу і повітря у капілярі радіуса R_2 залишиться місце довжиною h_3 = 17- 8,7 - 3 = 5,3 (см). Визначимо який тиск може створити стовпчик води висотою h_3 (*див. мал.*) ΔP_1 = $\rho_в g h_3 = 530 Па > \Delta P$. Гас почне витікати, коли верхній меніск води буде мати кривизну меншу за максимальну (при R = R_2). $m_в = \rho_в \pi R_2^2 h_3$.

Задача 10.4

З початкової умови знаходимо, що $m_0 g = 4kx_0$. (1)

Позначимо через x_1, x_2, x_3, x_4 додаткові стиснення відповідних пружин. Тоді

$$(m_0+m)g = k(x_0+x_1)+k(x_0+x_2)+k(x_0+x_3)+k(x_0+x_4),$$

або з урахуванням (1): $mg = kx_1 + kx_2 + kx_3 + kx_4$. (2)

Далі розглянемо правила моментів сил відносно двох перпендикулярних осей, що проходять через центр автомобіля.

OX: $mgd + k(x_0+x_2)b + k(x_0+x_3)b = k(x_0+x_1)b + k(x_0+x_4)b$,

OY: $mgc + k(x_0+x_3)a + k(x_0+x_4)a = k(x_0+x_1)a + k(x_0+x_2)a$,

або $mgd = kx_1b - kx_2b - kx_3b + kx_4b$ (3) $mgc = kx_1a + kx_2a - kx_3a - kx_4a$. (4)

Нарешті врахуємо те, що між стисненнями є зв'язок, оскільки дно мікроавтобусу утворює площину. Висота центру прямокутника 1234 є напівсумою висот діагонально протилежних точок. Це дає рівняння $(x_1+x_3)/2 = (x_2+x_4)/2$, з якого, а також рівнянь (2), (3), (4) отримаємо систему:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \dfrac{mg}{k}, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = \dfrac{mg}{k}\dfrac{d}{b}, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = \dfrac{mg}{k}\dfrac{c}{a}. \end{cases} \qquad (5)$$

Розв'язок системи (5) легко знаходиться. Щоб знайти x_1 просто додаємо всі рівняння. Для знаходження x_2 додаємо рівняння, взявши перше і третє з протилежним знаком, і т. д. Врахуємо також (1), звідки $mg/4k = (m/m_0)x_0 \approx 4$ мм.

$$\begin{cases} x_1 = x_0\dfrac{m}{m_0}\left(1+\dfrac{d}{b}+\dfrac{c}{a}\right) = 9\,\text{мм}, \\ x_2 = x_0\dfrac{m}{m_0}\left(1-\dfrac{d}{b}+\dfrac{c}{a}\right) = 3\,\text{мм}, \\ x_3 = x_0\dfrac{m}{m_0}\left(1-\dfrac{d}{b}-\dfrac{c}{a}\right) = -1\,\text{мм}, \\ x_4 = x_0\dfrac{m}{m_0}\left(1+\dfrac{d}{b}-\dfrac{c}{a}\right) = 5\,\text{мм}. \end{cases} \qquad (6)$$

Як бачимо, третя пружина не стиснеться, а навіть, навпаки, збільшить свою довжину. При цьому, центр мас мікроавтобусу опуститься на напівсуму діагонально протилежних зміщень $x_c = (x_1+x_3)/2 = (x_2+x_4)/2 = 4$ мм. Отже додаткова робота по стисненню пружин, яку виконає пасажир, буде меншою за зміну енергії деформації пружин на величину m_0gx_c (оскільки центр мас мікроавтобуса не піднявся, а опустився).

$$A = k\frac{(x_0 + x_1)^2}{2} + k\frac{(x_0 + x_2)^2}{2} + k\frac{(x_0 + x_3)^2}{2} + k\frac{(x_0 + x_4)^2}{2} - 4k\frac{x_0^2}{2} - m_0 g x_c =$$

$$= k\frac{x_1^2}{2} + k\frac{x_2^2}{2} + k\frac{x_3^2}{2} + k\frac{x_4^2}{2} + kx_0(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - m_0 g x_c$$

Враховуючи те, що $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4x_c$ (з напівсуми діагонально протилежних зміщень) і рівняння (1), отримуємо красивий результат:

$$A = k\frac{x_1^2}{2} + k\frac{x_2^2}{2} + k\frac{x_3^2}{2} + k\frac{x_4^2}{2} = \frac{m_0 g}{4x_0}\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2\right) \approx 5{,}3\,\text{Дж} .$$

Як бачимо, у відповідь увійшли чотири потенціальні енергії немов би деформованих тільки на x_1, x_2, x_3, x_4 пружин. Цей збіг виявився можливим завдяки лінійної залежності сили Гука від величини деформації. Нарешті, наведемо ще один красивий запис додаткової роботи *A*, для цього підставимо в останнє рівняння величини додаткових деформацій x_1, x_2, x_3, x_4 у загальному вигляді (6) :

$$A = \frac{m^2 g x_0}{m_0}\left(1 + \left(\frac{d}{b}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2\right).$$

Виявляється, що додаткова робота пропорційна до квадрату маси пасажира. Якщо амортизаційні пружини дуже жорсткі, $x_0 \to 0$, маємо $A \to 0$ – підлога під ногами пасажира не буде "просідати" і, піднімаючись у таксі, він не буде виконувати додаткової роботи.

Задача 10.5

Розрахуємо кількість речовини в посудині:

ν_1	ν_2	ν_3	ν_4	ν_5	ν_6	ν_7
2,000моль	2,000моль	2,347моль	2,967моль	3,636моль	4,000моль	4,000моль

Найбільш імовірною причиною такої залежності є дисоціація молекул на атоми. Оскільки після 6-ї точки спостерігається лінійна залежність і більше дисоціації не відбувалось, то газ був двоатомний. Залежність p(T) не буде лінійна, оскільки одночасно змінювались і температура і кількість речовини.

Рівняння прямих очевидні ($p = \frac{\nu R}{V} T$): $p = 166{,}2T\,(\textit{Па})$ (1); $p = 332{,}4T\,(\textit{Па})$ (2).

Будемо шукати залежність p(T) на другій ділянці в наступному вигляді:

$$p = A + BT + CT^2$$

Очевидно, що точки 3, 4 і 5 лежать на вітці параболи, що дозволяє розрахувати коефіцієнти A, B і C.

$$\begin{cases} p_3 = A + BT_3 + CT_3^2 & (3) \\ p_4 = A + BT_4 + CT_4^2 & (4) \\ p_5 = A + BT_5 + CT_5^2 & (5) \end{cases}$$

Враховуючи, що ΔT = 190 K – постійне, отримаємо:

$$\begin{cases} p_4 - p_3 = B\Delta T + C\Delta T\ (T_4 + T_3) & (6) \\ p_5 - p_4 = B\Delta T + C\Delta T(T_5 + T_4) & (7) \end{cases}$$

З рівнянь (6) і (7) отримаємо: $C = \dfrac{p_5 - 2p_4 + p_3}{2\Delta T^2} \approx 0{,}3324\dfrac{Па}{K^2}$, (8)

$B \approx -99{,}72\ Па/К\ і\ A \approx 39880Па$.

$$p = 39880 - 99{,}72T + 0{,}3324T^2 = 166{,}2(240 - 0{,}6T + 0{,}002T^2)(Па), \quad (9)$$

Розв'язуючи (9) і (1), а також (9) і (2), знайдемо точки початку і завершення дисоціації

$$0{,}002T^2 - 1{,}6T + 240 = 0 \quad (корні\ 200К\ і\ 600К)\ і$$

$$0{,}002T^2 - 2{,}6T + 240 = 0 \quad (корні\ 100К\ і\ 1200К).$$

Оскільки дисоціація почалась після 530K і закінчилась після 1100K, маємо:

$$Тпоч = 600К \quad і \quad Ткін = 1200К. \quad (10)$$

Залежність внутрішньої енергії газу до (газ двоатомний) і після (газ одноатомний) дисоціації буде лінійною (ν_0=2моль): $U_1 = 5/2\nu_0 RT = 41{,}55T(Дж)$;

$$U_3 = (3/2)2\nu_0 RT = 49{,}86T(Дж).$$

Розрахунок тиску при дисоціації двоатомного газу показує, що він буде залежати від степені дисоціації **α** (відношення кількості молекул, що розпались до початкової їх кількості). Якщо в деякий момент часу розпалось $\boldsymbol{\alpha\nu_0}$ молей речовини, то залишилось двоатомними (1-**α**) $\boldsymbol{\nu_0}$.

Тоді залежність U(T) і p(T) буде мати вигляд:

$$U = \frac{5}{2}(1-\alpha)\nu_0 RT + \frac{3}{2}2\alpha\nu_0 RT = \frac{\alpha+5}{2}\nu_0 RT\ (Дж), \quad (11)$$

$$p = \frac{(1-\alpha+2\alpha)\nu_0 RT}{V} = 166{,}2(T + \alpha T) \quad (Па). \quad (12)$$

З рівнянь (11) і (9), отримаємо залежність коефіцієнта ступення дисоціації від температури газу:

$$240 - 0{,}6T + 0{,}002T^2 = T + \alpha T,$$

$$\alpha = \frac{240}{T} - 1{,}6 + 0{,}002T. \quad (13)$$

І, остаточно, залежність внутрішньої енергії від температури (11) з врахуванням (13) має вигляд:

$$U = 16{,}62(120 + 1{,}7T + 10^{-3}T^2) \approx 1994 + 28{,}25T + 1{,}66210^{-2}T^2\ (Дж). \quad (14)$$

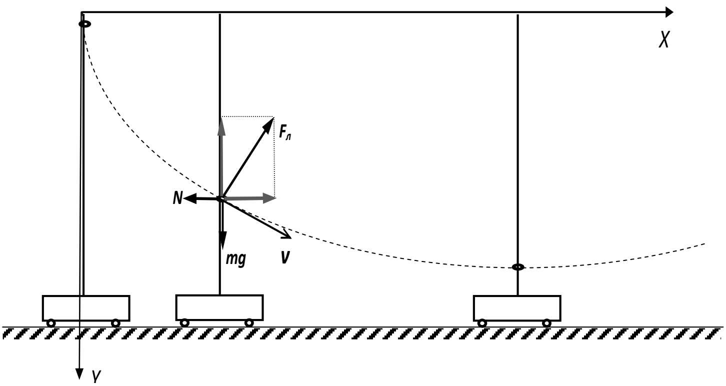
Таким чином отримаємо подібний графік з двох прямих і вітки параболи.

Відповідь:

$$\text{При}\begin{cases} T < 600K, & U = \frac{5}{2}\nu_0 RT = 41{,}55T\,(\textit{Дж}); \\ 600K \le T < 1200K, & U = \frac{\alpha + 5}{2}\nu_0 RT = U = 16{,}62(120 + 1{,}7T + 10^{-2}T^2)(\textit{Дж}); \\ 1200 \le T, & U = 3\nu_0 RT = 49{,}86T\,(\textit{Дж}). \end{cases}$$

11 клас

Задача 11.1



З початком падіння кільця на нього діє все більша сила Лоренца, яка через стрижень приводить в рух і прискорює візок. У горизонтальному напрямі разом з візком переміщаються також стрижень і кільце, що ковзає вздовж нього. У зв'язку з цим змінюється напрям швидкості кільця, а разом з ним і напрям сили Лоренца. Направлена вгору складова сили Лоренца, пов'язана з горизонтальною швидкістю кільця, збільшується, в той час, як сила тяжіння mg, що діє на кільце вниз, залишається незмінною. Врешті-решт рух кільця вниз може бути зупинений силою Лоренца (згідно з умовою стрижень довгий), після чого кільце почне підніматися вгору. Тепер сила Лоренца гальмуватиме візок із стрижнем і кільцем аж до повної зупинки в мить, коли кільце підніметься на початкову висоту. Після чого весь процес повторюється.

Запишемо другий закону Ньютона в проекціях на координатні осі (вправо – вісь абсцис, вниз – вісь ординат, початок координат в точці, звідки кільце почало рухатись). Вважатимемо заряд кільця додатним (на рисунку зображені сили, що діють на кільце в довільній точці його руху).

$OX:\quad ma_x = qB\upsilon_y - N$ для кільця

$OY:\quad ma_y = mg - qB\upsilon_x$ для кільця

$OX:\quad Ma_x = N$ для візка

Отримуємо систему рівнянь: $\begin{cases}(m+M)a_x = qB\upsilon_y,\\ ma_y = mg - qB\upsilon_x.\end{cases}$ (1)

Зміст першого рівняння зрозумілий: горизонтальна складова сили Лоренца викликає горизонтальне прискорення системи тіл. Якщо записати це рівняння у вигляді приростів, легко знайти зв'язок між зміною горизонтальної швидкості і вертикальної координати: $(m+M)\dfrac{\Delta\upsilon_x}{\Delta t} = qB\dfrac{\Delta y}{\Delta t}$.

Скоротивши на Δt і склавши такі рівняння для послідовних змін швидкості і координати, знайдемо, що $(m+M)\upsilon_x = qBy$ (2)

(на початку руху швидкість υ_x і координата y дорівнювали нулю). Оскільки сила Лоренца роботи не здійснює, скористаємося законом збереження енергії

$$mgy = \frac{M\upsilon_x^2}{2} + \frac{m\left(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2\right)}{2},$$

у якому позбавимося від y за допомогою (2):

$$(m+M)\frac{mg}{qB}\upsilon_x = \frac{M\upsilon_x^2}{2} + \frac{m\left(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2\right)}{2}. \qquad (3)$$

Максимальна швидкість візка буде у момент проходження кільцем нижньої точки траєкторії, де вертикальна швидкість υ_y звертається в нуль (візок до цього тільки збільшував свою швидкість). З (3) після скорочень знаходимо:

$$\upsilon_M = 2mg/qB.$$

Виявляється, у вертикальному напрямі кільце опускається на $h = \dfrac{(m+M)\upsilon_M}{qB} = \dfrac{2mg(m+M)}{q^2B^2}$ (див. (2)) і, якщо стрижень довгий ($l > h$), так і не досягає поверхні візка! Знайдемо тепер максимальну швидкість кільця. Для цього виразимо квадрат його швидкості $\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2$ знову ж таки з рівняння (3) і виділимо повний квадрат:

$$\upsilon^2 = \frac{M}{m}\left[2\left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{mg}{qB}\upsilon_x - \upsilon_x^2\right] = \frac{M}{m}\left[\left(1+\frac{m}{M}\right)^2\left(\frac{mg}{qB}\right)^2 - \left(\upsilon_x - \left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{mg}{qB}\right)^2\right].$$

Максимального значення υ^2 набуває тоді, коли горизонтальна швидкість υ_x (вона ж і швидкість візка) досягне значення $\upsilon_x = \left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{mg}{qB}$, яке менше максимальної швидкості візка $\upsilon_M = \frac{2mg}{qB}$ за умови $m/M < 1$.

Висновок: якщо маса кільця *m* менше маси візка *M*, максимальної швидкості $\upsilon_m = \sqrt{\frac{M}{m}}\left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{mg}{qB}$ кільце досягне в мить, коли візок матиме швидкість $\upsilon_x = \left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{mg}{qB}$. Якщо ж уявити кільце масивнішим, ніж візок, його максимальна швидкість буде в найнижчій точці траєкторії $\upsilon_m = \upsilon_M = 2mg/qB$.

У разі рівних мас можна використовувати будь-який з випадків $\upsilon_m = 2mg/qB$.

Таким чином, вдається отримати відповіді на питання задачі, фактично не вдаючись до інтегрування або використання похідних. Звичайно, можна поступити інакше. Знайти залежність координат від часу, після чого й відповісти на всі питання. Це можна зробити, наприклад, виразивши з (2) υ_x, підставивши в закон збереження енергії, розділивши в нім змінні і проінтегрувавши. Або зовсім стандартно з другого закону Ньютона без використання закону збереження енергії. Виразивши, наприклад, υ_y з першого рівняння системи (1), підставити в друге і отримати для υ_x рівняння гармонічних коливань. Приведемо розв'язок з урахуванням початкових умов: $\begin{cases} x = \dfrac{g}{\omega^2\sqrt{1+M/m}}(\omega t - \sin\omega t), \\ y = \dfrac{g}{\omega^2}(1-\cos\omega t), \end{cases}$

де $\omega = \frac{qB}{m\sqrt{1+M/m}}$. Отримана система рівнянь представляє стислу вздовж осі абсцис (або розтягнуту вздовж осі ординат) циклоїду – траєкторію, яку описує точка на ободі колеса, що котиться без проковзування.

Розглянемо тепер випадок недостатньої довжини стрижня *l* < *h*, при якому кільце удариться об візок. Як зазначалося, це відбудеться за умови, коли $h = \frac{2mg(m+M)}{q^2B^2} > l$. У разі пружного удару кільце відскочить з тією ж за величиною вертикальною швидкістю, і цикл руху повториться, у разі непружного – можливі два сценарії: 1) перед ударом вертикальна складова сили Лоренца перевищувала mg, тоді сила Лоренца підніме кільце після удару, але вже на меншу висоту і без зупинки всієї системи; 2) вертикальна складова сили Лоренца виявиться меншою mg. Тоді після удару кільце відносно візка вже рухатись не буде. Проаналізуємо непружне зіткнення детальніше. Перший сценарій відбудеться, якщо $qB\upsilon_x > mg$, тобто за довжини стержня $l \in \left(\dfrac{m(m+M)g}{q^2B^2}; \dfrac{2m(m+M)g}{q^2B^2} \right)$ (*див.* (2)). Швидкість візка в цей момент досягне свого максимального значення $\upsilon = qBl/(m+M)$ (*див.* (2)). Тоді після непружного зіткнення кільце почне підніматися вгору. Складова сили Лоренца, пов'язана з його вертикальною швидкістю, почне через стрижень гальмувати візок, і, коли кільце опиниться у найвищій точці, швидкість візка досягне мінімального значення, після чого знову почне збільшуватись. Максимального значення швидкості $\upsilon = qBl/(m+M)$ візок знову набуде, коли кільце дотикнеться поверхні, після чого все повториться. Траєкторія буде також деформована циклоїда (відносно системи відліку, яка рухається в горизонтальному напрямку зі швидкістю mg/qB). Що стосується максимальної швидкості кільця, вона буде $\upsilon_m = \sqrt{\dfrac{M}{m}} \left(1 + \dfrac{m}{M}\right) \dfrac{mg}{qB}$, якщо $m < M$.

Нарешті, якщо довжина стрижня $l < \dfrac{m(m+M)g}{q^2B^2}$, траєкторією кільця після непружного зіткнення буде горизонтальна пряма. Максимальна швидкість візка $\upsilon = qBl/(m+M)$. Швидкість кільця в момент удару $\upsilon = \sqrt{2gl - \dfrac{M}{m} \dfrac{q^2B^2l^2}{(m+M)^2}}$.

Описуючи процес руху, варто згадати про небезпеку перевертання візка при малій відстані між парами коліс. Наприклад, можна провести оцінку, вважаючи, що центр мас візка зі стрижнем знаходиться в точці закріплення стрижня. Така оцінка не буде точною, але дає змогу уявити, якими мають бути небезпечні відстані між колесами.

Зазначимо, що за умови звичних зіткнень, коли втрачається частина кінетичної енергії, після кожного відскоку висота підйому кільця буде все меншою (щось на зразок стрибків кульки з пінг-понгу). З часом рух кільця стає подібним до одного з описаних раніше.

Задача 11.2

Нехай маса мавпи *m*, а момент інерції барабана *I*. Коли мавпа рухається разом з барабаном, механічну енергію системи можна записати у вигляді $W = mgR(1-\cos\varphi) + \dfrac{1}{2}(mR^2 + I)\omega^2$, де φ – кут відхилення від положення стійкої рівноваги, а $\omega = \dot{\varphi}$ – кутова швидкість. За малих значень φ отримаємо

$$W = \frac{1}{2} mgR\varphi^2 + \frac{1}{2}(mR^2 + I)(\dot{\varphi})^2 \to dw/dt = 0 = (1/2)mgR2\varphi\omega + (1/2)(mR^2 + I)2\omega\beta .$$

Звідси частота малих коливань $k = \sqrt{\dfrac{mgR}{I + mR^2}}$ (1)

Утримуватися в точці В мавпочка може тоді, коли реакція барабана дорівнює *mg*. У свою чергу, барабан розкручуватиметься з кутовим прискоренням ε.
Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху $\varepsilon = mgR/I$. (2)

За час *t* барабан розвине кутову швидкість $\omega_0 = \varepsilon \cdot t = \dfrac{mgR}{I}t$. (3)

Мавпі достатньо вхопитися за щабель, і вона з барабаном рухатимуться як одне ціле за годинниковою стрілкою з кутовою швидкістю ω_1. Згідно з законом збереження моменту імпульсу $I\omega_0 = (I + mR^2)\omega_1$. (4)

Звідси $\omega_1 = \omega_0 \dfrac{I}{I + mR^2} = \dfrac{mgR}{I + mR^2}t = k^2 t$. (5)

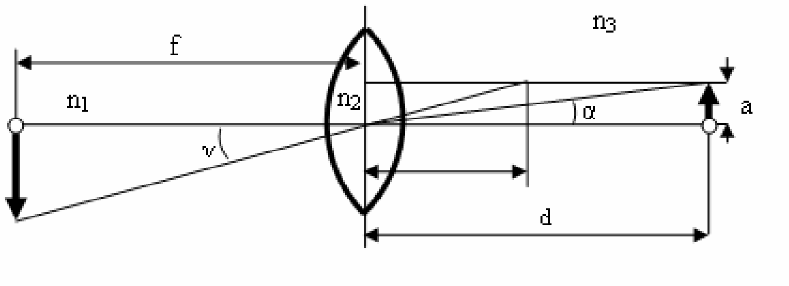
Щоб мавпа могла піднятися до рівня точки С, згідно з законом збереження енергії має виконуватись умова $mgR = (1/2)(I + mR^2)\omega_1^2$. (6)

Тоді $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{2mgR}{I + mR^2}}$. (7)

Враховуючи (1), маємо $\omega_1 = k\sqrt{2}$. (8)

Підставивши (8) в (5), одержимо $t = \sqrt{2}/k$.

Задача 11.3



При підготовці до олімпіади у розділі геометричної оптики завжди розв'язуються задачі на складання оптичних сил тонких лінз, які стоять поряд, або на знаходження оптичної сили невідомої лінзи, якщо оптична сила сукупності лінз відома. Тому й ми уявно розділимо тіло лінзи на дві площиною, що проходить по її середині. Одна контактує з водою, друга – з повітрям, оптичні сили їх відповідно дорівнюють:

$1/F = (n_2 - n_3)(1/r_2)$ – бо радіус кривизни площини нескінчений, $\dfrac{1}{F_2} = (1 - n_2)(-\dfrac{1}{r_1})$ –

бо лінза опукла з обох боків, а тому знаки радіусів кривизни поверхонь по відношенню до напрямку променя будуть різні.
Таким чином оптична сила системи:
$1/F = 1/F_1 + 1/F_1 = (n_2 - 1)(1/r_1) + (n_2 - n_3)(1/r_2)$.

Тепер щодо лівої частини рівняння лінзи. Намалюємо хід променів за умов, коли показники заломлення з обох боків лінзи різні. З малюнка видно, що за рахунок заломлення на межі вода – повітря, при спостереженні з боку повітря око буде бачити предмет на відстані d/n_3, де d – відстань від предмета до лінзи у воді.

Остаточно отримуємо: $$\frac{n_3}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}=(n_2-1)\frac{1}{r_1}+(n_2-n_3)\frac{1}{r_2}.$$

АНАЛІЗ

1) Залежність оптичної сили від часу лінійна (залежність 1):

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{F_0}-\frac{\alpha t}{r_2}\ ;\ t=0\rightarrow\frac{1}{F}=\frac{1}{F_0}=(n_2-1)/r_1+(n_2-n_0)/r_2;\ t=t^c=\frac{r_2}{\alpha F_0}\rightarrow\frac{1}{F}=0\ .$$

Після цієї точки лінза стає розсіюючою.

2) Залежність фокусної відстані від часу

$F=\dfrac{1}{\dfrac{1}{F_0}-\dfrac{\alpha t}{r_2}}$ – фокусна відстань у повітрі; $Fn_3=F(n_0+\alpha t)$ – фокусна відстань у воді, являє собою гіперболу, що асимптотично йде у нескінченність при наближенні до t^c. До цієї точки фокус додатній, лінза збиральна; після – від'ємний, лінза розсіююча (залежність 2). У точці розриву зображення формується без впливу лінзи, ми просто будемо бачити бульбашку на відстані $-f=d/n_3$ у воді.

3) Зображення буде створюватись відповідно до оптичної сили лінзи:

$$f=\frac{1}{\frac{1}{F}-\frac{n_3}{d}}=\frac{1}{\frac{1}{F_0}-\frac{\alpha t}{r_2}-\frac{n_0+\alpha t}{d}}=\frac{1}{\frac{1}{F_0}(1-\frac{1}{2})-\frac{\alpha t}{r_2}-\frac{\alpha t}{2F_0n_0}}=\frac{1}{\frac{1}{2F_0}-\alpha t(\frac{1}{r_2}+\frac{1}{2F_0n_0})},$$

d = $2F_0n_0$ = const (залежність 3).

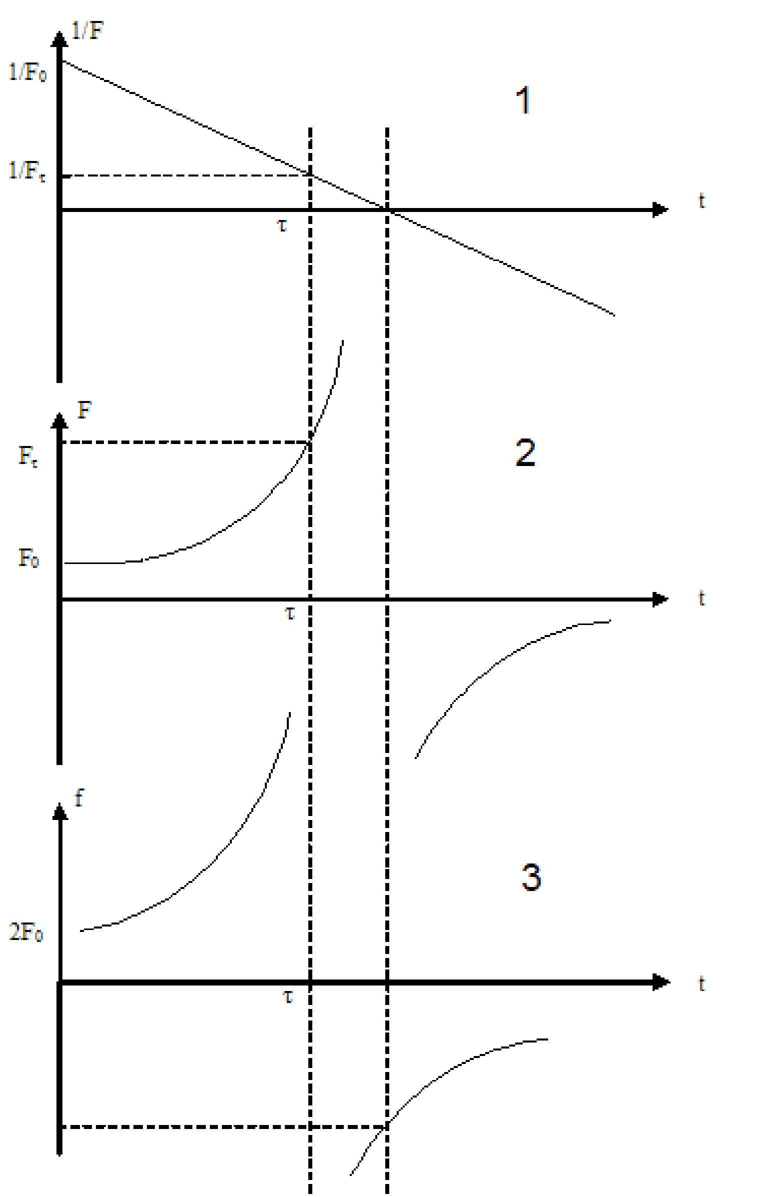
При $t=0\rightarrow d/n_0;\ f=d=2F_0.n_0$.

Пр $t=\tau;2F_0n_0=F_\tau(n_0+\alpha\tau);\tau=\dfrac{1}{2F_0\alpha(1/r_2+1/(2F_0n_0))};F_\tau=F_0(1+\dfrac{1}{1+r_2/(F_0n_0)});\ f\rightarrow\infty$

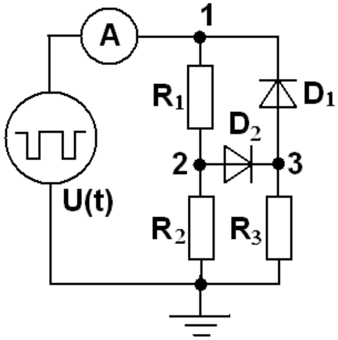
При $t=t^c=r_2/(F_0\alpha)\rightarrow f=-d/n_3$. При $t\rightarrow\infty,\ F\rightarrow0,\ f\rightarrow0$

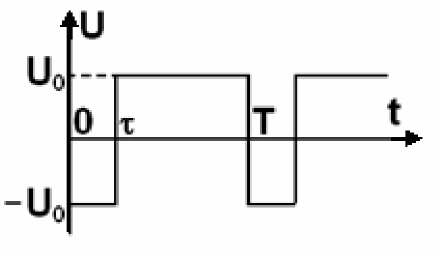
4) Г (збільшення) = $fn_3/d=d/n_3F-1=f(1+\alpha t/n_0)/(2F_0)$ – залежність аналогічна 3.

P.S. Цікаво, що десь у області $\tau<t<t^c$ *може існувати проміжок, в якому зображення уявне, лінза збиральна, а Г<1.*

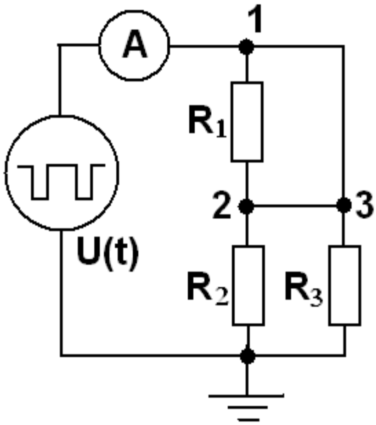

1/F
1/F0
1/Fτ
1
t
τ
F
Fτ
F0
2
t
τ
f
2F0
3
t
τ

Задача 11.4





На проміжку часу від 0 до τ потенціал точки 1: $\varphi_1 = -U_0 < 0$. Для потенціалу точки 2 маємо $\varphi_1 < \varphi_2 < 0$. Якщо $\varphi_2 < \varphi_3$, діод D_2 знаходитиметься при зворотній напрузі і коло між точками 2 і 3 розімкнеться. Але в цьому випадку струм, що проходить від заземлення через R_3 і далі через D_1, має створити на діоді D_2 ненульовий спад напруги, що неможливо, оскільки цей ідеальний діод знаходиться при прямій напрузі. Отже, діод D_2 теж знаходитиметься при прямій напрузі, і еквівалентна схема при цій полярності:



В цьому випадку резистор R_1 виявляється закороченим, опір між точкою 1 та заземленням становитиме:

$R_{екв1} = \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} = \dfrac{R}{2}$ (усі резистори мають однаковий опір R), а миттєвий струм через амперметр становитиме $I_1 = \dfrac{U_0}{R_{екв1}} = \dfrac{2U_0}{R}$.

На проміжку часу від τ до T потенціал точки 1 стане додатним – $\varphi_1 = U_0 > 0$. Потенціал точки 2 буде теж позитивний, але менший ($\varphi_1 > \varphi_2 > 0$). Нехай потенціал точки 3 – $\varphi_3 > \varphi_2$. Тоді діод D_2 знаходиться при зворотній напрузі і має нескінченний опір. Але в цьому випадку необхідно, щоб проходив струм від точки 1 до точки 3 і далі через R_3 до заземлення, щоб падіння напруги на R_3 створило цей потенціал φ_3 . Але, оскільки φ_3 не може перевищувати φ_1 , діод D_1 буде знаходитися

при зворотній напрузі і струм через нього проходити не може. Отже, $\varphi_3 \le \varphi_2$, і діод D_2 буде при прямій напрузі, становлячи нульовий опір.
Кількість теплоти, що виділиться за період, становитиме:

$$Q = U_0 I_1 \tau + U_0 I_2 (\mathrm{T} - \tau) = U_0 \left(\frac{2U_0}{R}\tau + \frac{2U_0}{3R}(\mathrm{T} - \tau) \right) =$$

$$= \frac{2U_0^2}{R}\left(\tau + \frac{1}{3}(\mathrm{T} - \tau) \right) = \frac{2U_0^2}{3R}(\mathrm{T} + 2\tau). \qquad (1)$$

Середня потужність за період: $P = \frac{Q}{\mathrm{T}} = \frac{2U_0^2}{3R}\left(1 + 2\frac{\tau}{\mathrm{T}}\right)$.

З іншого боку, середня потужність дорівнює: $P = U_{еф} I_{еф}$.

Модуль напруги весь час рівний U_0, тому $U_{еф} = U_0$.

Таким чином, отримуємо: $I_{еф} = \frac{P}{U_0} = \frac{2U_0}{3R}\left(1 + 2\frac{\tau}{\mathrm{T}}\right)$.

У випадку “зворотної” (позитивним виводом до заземлення) полярності увімкнення джерела імпульсної напруги, імпульс та пауза міняються місцями, і відповідно у формулі (1) міняються місцями τ та $\mathrm{T} - \tau$. У цьому випадку отримуємо:

$$Q^* = U_0 I_1 (\mathrm{T} - \tau) + U_0 I_2 \tau = U_0 \left(\frac{2U_0}{R}(\mathrm{T} - \tau) + \frac{2U_0}{3R}\tau \right) = \frac{2U_0^2}{R}\left(\mathrm{T} - \tau + \frac{1}{3}\tau \right) = \frac{2U_0^2}{R}\left(\mathrm{T} - \frac{2}{3}\tau \right)$$

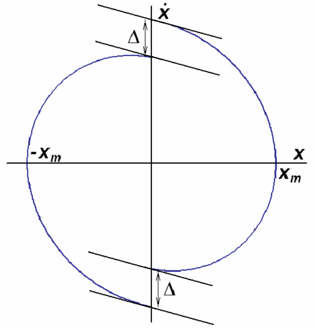
і, відповідно, ефективне значення струму $I^*_{еф} = \frac{Q^*}{U_0 T} = \frac{2U_0}{R}\left(1 - \frac{2\tau}{3\mathrm{T}}\right)$.

Задача 11.5

Якби згасання не було (δ = 0, Δ = 0), то фазова траєкторія мала б вигляд еліпса:
$\left(\frac{\omega_0 x}{\upsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\dot{x}}{\upsilon_0}\right)^2 = 1$, де υ_0 – максимальна швидкість. Врахуємо згасання.

Позначимо $\dot{x}$ через υ, тоді $\ddot{x} = \dot{\upsilon}$. Звідси
$\frac{d\upsilon}{dx} = \frac{\dot{\upsilon}}{\upsilon}$. Якщо $\upsilon \to 0$, то $\left|\frac{d\upsilon}{dx}\right| \to \infty$, звідки випливає, що дотичні до фазової траєкторії у точках перетину з віссю x утворюють з нею прямі кути. Якщо ж $x = 0$, то $\frac{d\upsilon}{dx} = -2\delta < 0$, тобто дотичні до фазової траєкторії у точках перетину з віссю $\dot{x}$ утворюють з нею однакові кути з від’ємним тангенсом.

Схематичне зображення фазового портрету усталених коливань подане на рисунку. Воно складається з двох однакових ділянок спіралі, що скручується (така спіраль зображає коливання, що експоненціально згасають із часом). Допустивши, що відносна зміна швидкості в результаті дії анкерного механізму буде малою, коливання маятника можна вважати майже гармонічними, і задачу вдається порівняно легко розв'язати, виходячи з енергетичних міркувань. Витрати енергії за



півперіод: $\dfrac{m\upsilon_0^{\,2}}{2}-\dfrac{m(\upsilon_0-\Delta)^2}{2}\approx m\upsilon_0\Delta$. Робота сили опору за цей же час дорівнює $\langle N\rangle\pi/\omega_0$, де $\langle N\rangle$ - середня потужність сили опору.

З урахуванням того, що сила опору $F_{on}=2m\delta\upsilon$, а $\upsilon(t)$ змінюється майже за гармонічним законом,

отримуємо для роботи вираз $m\delta\upsilon_0^2\pi/\omega_0$, або $m\delta\upsilon_0\pi x_m$ (оскільки $x_m\approx\upsilon_0/\omega_0$).

Отже, $m\upsilon_0\Delta\approx m\delta\upsilon_0\pi x_m$, звідки $x_m\approx\Delta/(\pi\delta)$.

Більш точний розв'язок можна отримати безпосередньо із законів руху системи. Вважаємо, що $x(0)=0$, $\dot{x}(0)>0$. Тоді для $0<t<\pi/\omega$ маємо $x(t)=Ae^{-\delta t}\sin\omega t$, де

$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$, $A>0$; $\qquad\dot{x}(t)=Ae^{-\delta t}(\omega\cos\omega t-\delta\sin\omega t)$.

$\Delta=|\dot{x}(0)|-|\dot{x}(\pi/\omega)|=A\omega(1-e^{-\pi\delta/\omega})$.

Максимальне відхилення з урахуванням виразів для $x(t)$ та $\dot{x}(t)$:

$$x_{\max}=\frac{A\omega}{\omega_0}\exp\left(-\frac{\delta}{\omega}arctg\frac{\omega}{\delta}\right)=\frac{\Delta\exp\left(-\frac{\delta}{\omega}arctg\frac{\omega}{\delta}\right)}{\omega_0\left(1-\exp\left(-\pi\frac{\delta}{\omega}\right)\right)},$$

що за умови $\delta\ll\omega_0$ наближено дорівнює $\Delta/(\pi\delta)$.

Можливі варіанти розв'язань експериментальних завдань 8 клас

Завдання 1

Прозору плівку за допомогою скотча прикріплюємо до кільця штатива. На плівку наносимо краплину води розміром декілька міліметрів. За більших розмірів краплини зображення спіралі недостатньо чітке для вимірювання.

Кільце розташовуємо на висоті f ≈ 30 см над аркушем паперу. Над краплиною розташовуємо ввімкнену лампу розжарення. Підбираємо положення лампи так, щоб отримати на аркуші чітке зображення нитки лампи.
Для покращення точності результату бажано провести декілька дослідів для різних відстаней ***d*** і *f*.
Вимірюємо відстань від нитки розжарення до краплини ***d*,** від краплини до аркуша із зображенням ***f*** , а також розмір зображення ***h***.

З формули для збільшення маємо: $f/d = h/x$, звідки $x = dh/f$, провівши вимірювання та підставивши числа, одержимо результат (x≈1,6мм).

Абсолютна похибка вимірювань: $\Delta x = x\left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta h}{h}\right)$

Завдання 2

Трохи надуваємо кульку, використовуючи частину шприца, приєднуємо до кульки водяний манометр, виготовлений з прозорої трубки. Змочуємо поверхню кульки підфарбованою водою, кладемо її на міліметровий папір, на кульку кладемо батарейку. Прибравши кульку з паперу, за методом палетки обчислюємо площу плями – вона рівна площі дотику кульки до поверхні стола. Тиск повітря всередині кульки рівний тиску, що кулька створює на стіл. Враховуючи це, маємо:

p = F/S = mg/S, за показами манометра можна обчислити тиск повітря в кульці $p = \rho g\Delta h$.

Тоді: $\rho g\Delta h = mg/S$, звідси $m=\rho\Delta hS$.

9 клас

Завдання 1

Основна ідея проведення досліду полягає в тому, щоб знайти швидкість витікання води з голки. Тоді, знаючи об'єм, який вийшов із шприца, та час, за який це відбувається, можна знайти діаметр голки.

Швидкість можна знайти різними способами, наприклад:

- знайти висоту, на яку підіймається струмінь води вгору;
- замірявши відстань по горизонталі та зниження струменя по вертикалі при горизонтальному початковому руху струменя;
- виміряти час витікання через голку відомого об'єму.

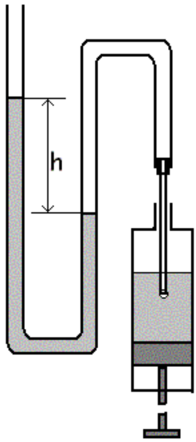
Для збільшення точності треба, щоб швидкість витікання струменя не була би дуже великою, інакше опір повітря спотворює результати.

Отримане значення діаметра – приблизно 0,3 ÷ 0,55 мм (може вважатися достатньо точним у межах точності досліду).

Завдання 2 *Див. 8 клас, завдання 1.*

10 клас

Завдання 1



Мал. 1

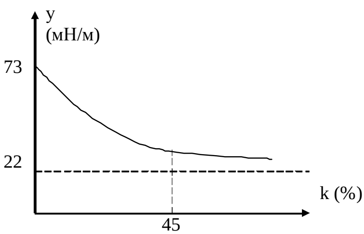
Метод одержання експериментальних даних, які дозволять знайти шукану залежність, може грунтуватись на вимірюванні додаткового тиску, а саме тиску стовпа води, що знаходиться в U-подібному манометрі, при якому вдається подолати тиск Лапласа на кінці голки шприца (мал. 1). Для одержання значення радіуса голки шприца скористаємось рівнянням: $\rho_в g h_в = \frac{2\sigma_в}{R}$, звідки $R = \frac{2\sigma_в}{\rho_в g h_в}$.

Коефіцієнт поверхневого натягу досліджуваного розчину знайдемо з наступного рівняння: $\rho g h = \frac{2\sigma}{R}$. $\sigma = \frac{\rho g h R}{2} = \frac{\rho \sigma_в h}{\rho_в h_в}$.

Об'ємна концентрація розчину

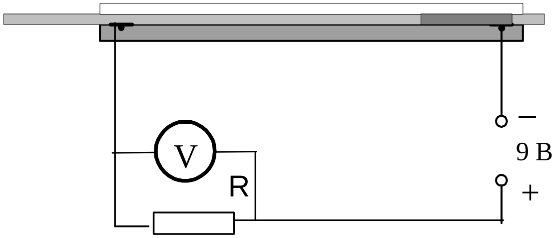
$k = V_{сп}/V_{розч} = V_{сп}/(V_{вода}+V_{сп})$.

Різні її значення можна отримати шляхом доливання спирту в воду, яка знаходиться в резервуарі шприца. Здобувши значення коефіцієнта поверхневого натягу розчинів різної об'ємної концентрації, побудуємо графік шуканої залежності.



Завдання 2

1. Варіант схеми вимірювальної установки для дослідження дрейфу іонів приведено на малюнку.



Для того, щоб розчин, яким просочений фільтрувальний папір, не висихав, на ньому за допомогою скріпок кріпиться смужка прозорого пластика, а кінець смужки фільтрувального паперу в ході експерименту поміщається в склянку з розчином.

2. Для визначення дрейфової швидкості іонів гідроксилу за допомогою масштабної лінійки фіксуємо через певні проміжки часу t положення межі x фіолетового забарвлення розчину. Визначаємо швидкість дрейфу іонів.

3. Напруженість поля визначаємо як відношення різниці потенціалів між скріпками на відстань між ними (попередньо пересвідчуємося в однорідності електричного поля у смужці).
Для знаходження сили струму в колі враховано той факт, що струм повного відхилення стрілки вольтметра становить 1 мА, а паралельно до нього ввімкнуто резистор з опором у 6 разів меншим, Таким чином, повному відхиленню стрілки вольтметра відповідає струм у колі 7 мА.

4. Для оцінки радіусу іонів r вважатимемо їх за кульки, що рухаються у в'язкому середовищі (воді) під дією електричної сили. Користуючись формулою Стокса, можемо записати $Eq = 6\pi\eta r \upsilon; \upsilon = \mu E;$ звідки $r = \dfrac{q}{6\pi\eta\mu}$.

При обробці результатів експерименту було отримано: Дрейфова швидкість іонів $1.3 \cdot 10^{-5}$ м/с. Рухливість іонів $3.5 \cdot 10^{-8}$ м^2/(В·с). Радіус іонів $2.4 \cdot 10^{-10}$ м.

11 клас

Завдання 1

Період крутильних коливань $T = 2\pi\sqrt{I/\chi}$, де I — момент инерції тіла відносно осі обертання, χ — коефіцієнт пропорційності у формулі для момента сили $M = \chi\varphi.$ Згідно з умовою задачі $\chi = G\dfrac{\pi r^4}{2l} = G\dfrac{\pi d^4}{32l}$, де $d = 0{,}45$ мм — діаметр дротини.

Розглянемо випадки:

1). Лазерний диск разом із дротяним кріпленням, яке забезпечує його горизонтальність і можливість подальшого «завантаження» печивом і монетками — відповідний момент інерції позначимо I_0.

2). Лазерний диск разом із дротяним кріпленням та двома монетками, розташованими на краю диска симетрично відносно його центра. Центри монеток — на відстанях $a_М$ від центра диска, радіуси монеток $r_М$, монетки дають вклад у момент інерції $I_М = 2m_М(\frac{r_М^2}{2} + a_М^2)$.

3). Лазерний диск + кріплення + одне печиво в центрі диска. Момент інерції дорівнює $I_0 + I_п$.

4). Лазерний диск + кріплення + два печива, розташованих симетрично відносно центра диска. Печива дають вклад у момент інерції $2I_п + 2m_п a_п^2$.

Для всіх чотирьох випадків маємо схожі рівняння, записані у зручній для подальших перетворень формі:

$$\frac{\chi}{4\pi^2} T_0^2 = I_0, \tag{1}$$

$$\frac{\chi}{4\pi^2} T_М^2 = I_0 + I_М, \tag{2}$$

$$\frac{\chi}{4\pi^2} T_1^2 = I_0 + I_п, \tag{3}$$

$$\frac{\chi}{4\pi^2} T_2^2 = I_0 + 2I_п + 2m_п a_п^2. \tag{4}$$

Звідси легко отримати вирази для шуканих величин через вимірювані періоди коливань та величини $a_п$, $I_М$:

$$I_п = I_М \frac{T_1^2 - T_0^2}{T_М^2 - T_0^2}, \qquad m_п = I_М \frac{T_2^2 + T_0^2 - 2T_1^2}{2a_п^2 (T_М^2 - T_0^2)}, \qquad G = \frac{128\pi l I_М}{d^4 (T_М^2 - T_0^2)}.$$

Члени журі отримали такі значення:

$I_п = (1{,}1 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-5}$ кг · м^2; $m_п = (2{,}9 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-2}$ кг; $G = (3{,}0 \pm 0{,}5) \cdot 10^{10}$ Па.

Завдання 2 *Див. 10 клас, завдання 2.*

Н а у к о в о - п о п у л я р н е   в и д а н н я

Міністерство освіти і науки України
Львівський фізико-математичний ліцей
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка

“ЛЕВЕНЯ – 2009”
ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Інформаційний вісник

Уклав ***А л е к с е й ч у к*** *Володимир Іванович*

Технічний редактор *Леся Пелехата*
Редактор і коректор *Євдокія Русин*

Здано на складання 10.06.09. Підписано до друку 12.07.09.
Формат 60 х 84 1/16. Папір офсет. Гарнітура Times.
Друк офсетний. Умов. друк. арк 2,09
Обл. вид. арк. 1,99 Наклад 11 000 прим.

Видавництво “Каменяр” 79000. Львів, МСП, Підвальна,3
Свідоцтво Держ. реєстру: серія ДК, № 462
Ел.адреса: vyd_kamenyar@mail.lviv.ua

Віддруковано з готових діапозитивів на ФОП Савенкова О.Ю.
79031, Львів, вул. Ярослава Гашека, 18/11.